

基于多小波变换的图像编码算法研究*

柳 薇¹, 陈冬丽²

(1. 华南师范大学计算机学院, 广东 广州 510631;

2. 中山大学图书馆, 广东 广州 510275)

摘 要: 多小波是小波理论的新分支, 将传统的单小波拓展到向量空间。多小波既包括了传统小波的全部优点, 同时又克服了单小波的缺陷, 将实际应用中十分重要的正交性、对称性、紧支性、光滑性完美地结合在一起, 因此多小波在图像处理方面的应用也显示出巨大的潜力。该文在研究了 JPEG2000 的核心编码技术——EBCOT 算法和多小波变换原理的基础上, 提出了结合 EBCOT 算法的多小波图像编码。算法将各种常用的多小波基, 结合 EBCOT 算法, 对灰度图像进行压缩编码。实验结果证明基于 EBCOT 算法的多小波图像编码方法能够对图像进行很好的压缩。

关键词: 图像编码; 小波变换; 多小波变换; EBCOT

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2011) 05-0050-04

An Image Coding Method Based on Multiwavelet Transform

LIU Wei¹, CHEN Dongli²

(1. School of Computer, South China Normal University, Guangzhou 510631, China;

2. Library, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Multiwavelet extends traditional scalar wavelet to vector space, and includes all the advantages of the traditional wavelet. Multiwavelet shows the perfect union of symmetry, orthogonally, finitely support and smoothness. As a result, the applications of multiwavelet in image processing have shown great potential. An image coding method of image coding based on EBCOT algorithm and multiwavelet transform was proposed. In this research, a variety of commonly-used multiwavelet bases were used to combine EBCOT algorithm. The experimental result shows that the proposed method is a valuable attempt of image compression.

Key words: image coding; wavelet transform; multiwavelet transform; EBCOT

图像的压缩编码是存储、处理和传输图像信息的基础, 提高图像的压缩效率一直是人们不断追求的目标。对图像进行压缩编码, 目前研究的热点的是变换域压缩编码和分形压缩编码。分形压缩编码计算复杂, 编码时间过长, 因而限制了它的应用; 而变换域编码中, DFT、DCT、DWT、KL 等都是常用的去相关变换算法。JPEG2000 是当前用于静止图像编码最新的国际标准^[1], 就是以小波变换结合 EBCOT 算法为核心的^[2-3], 相对于 JPEG 国

际标准, 它具有很多很明显的优势。但在应用中, 小波变换还存在着一些局限性: 在实数域中, 对称、正交、紧支的非平凡单小波是不存在的, 这使人们不得不在正交性和对称性之间进行折衷。小波理论的新分支——多小波^[4], 将传统的单小波拓展到向量空间, 从而得到的多小波包括了传统小波的全部优点, 同时又克服了单小波的缺陷, 将实际应用中十分重要的正交性、对称性、紧支性、光滑性完美地结合在一起^[5]。随着多小波理论的不

* 收稿日期: 2011-02-04

基金项目: 广东省科技计划资助项目 (2009B010900027)

作者简介: 柳薇 (1976 年生), 女, 讲师, 博士; E-mail: buzzingbee@163.com

丰富和完善，更多具有优秀性质的多小波被提出，多小波在图像处理方面的应用也显示出巨大的潜力。本文提出了基于 EBCOT 算法的多小波图像编码。采用各种常用的多小波基，结合 EBCOT 算法，对标准灰度图像进行实验，对比 JPEG2000 和多小波变换下的图像压缩效果。阐述了结合多小波变换与 EBCOT 变换的图像编码算法，并给出了实验结果与分析。

1 多小波基础

1.1 图像的多小波变换

设 $F(n)=[f_1(n), f_0(n), \dots, f_r(n)]^T$ 表示一个离散矢量信号，它的多小波分解和重构如图 1 所示。在图中， $H(z)$ 和 $G(z)$ 分别表示低通矢量滤波器和高通矢量滤波器。滤波器的参数由多尺度函数和多小波函数通过内积运算得到，即

$$H_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h^{(1,1)}(k) & \dots & h^{(1,r)}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h^{(r,1)}(k) & \dots & h^{(r,r)}(k) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中， $h^{(p,q)}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_p(t)\phi_q(t)(t-x)dt, 1 \leq p, q \leq r$ 。

$$G_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} g^{(1,1)}(k) & \dots & g^{(1,r)}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g^{(r,1)}(k) & \dots & g^{(r,r)}(k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中， $g^{(p,q)}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_p(t)\psi_q(t)(t-x)dt, 1 \leq p, q \leq r$ 。

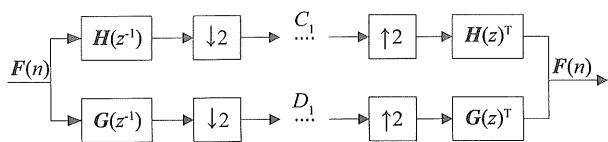


图 1 多小波分解和重构示意图

Fig. 1 Multiwavelet decomposition and composition

注意，当 $r = 1$ 时，也即多小波变为单小波时，图 1 中所表示的算法就是计算单小波变换和逆变换的 Mallat 算法，图 1 中 C_1 为低频分量， D_1 为高频分量。与单小波不同的是，多小波变换进入 Mallat 算法的初步尺度系数矢量，因而必须先对信号进行预处理。

1.2 实验中用到的多小波

多小波滤波器组 H_k 和 G_k 都是 $r \times r$ 的矩阵，分别由多尺度函数和多小波函数确定。不同的多小波产生不同的 H_k 和 G_k ， r 是多小波所包含的（单）

小波个数。在各种多小波中，GHM 多小波和 CL $[0, 2]$ 多小波都是 $r = 2$ 的多小波。下面对常用的多小波及其滤波器组进行介绍。

1.2.1 GHM 多小波 GHM 多小波由 Geronimo、Hardin 和 Massopust 基于分形插值构造^[6]，其尺度函数 ϕ_0, ϕ_1 的支撑分别为 $[0, 1], [0, 2]$ ；两小波函数 ψ_0, ψ_1 的支撑均为 $[0, 2]$ 。紧支撑，具有良好的局部性。尺度函数是对称的，小波函数分别是对称和反对称的，因而变换具有线性相位，同时 GHM 多小波作为正交小波保证了多小波系数之间冗余较小，这种紧支、对称、正交性质是单小波（除 Haar 小波外）所不具备的。GHM 多小波滤波器组为

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 12 & 16\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -6 \end{bmatrix} & H_1 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 9\sqrt{2} & 20 \end{bmatrix} \\ H_2 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 9\sqrt{2} & -6\sqrt{2} \end{bmatrix} & H_3 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \\ G_0 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & -6 \\ -2 & -6\sqrt{2} \end{bmatrix} & G_1 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 9\sqrt{2} & -20 \\ 18 & 0 \end{bmatrix} \\ G_2 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 9\sqrt{2} & -6 \\ -18 & 6\sqrt{2} \end{bmatrix} & G_3 &= \frac{1}{20} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.2.2 CL 多小波 CL 多小波是 Chui-Lian 等人在强化了双尺度系数具有中心对称、正交性以及逼近阶固定等约束条件下构造的^[7]。CL 多尺度函数有两种：在区间 $[0, 2]$ 的 CL 多小波，两个尺度函数 φ_0, φ_1 和两个小波函数 ψ_0, ψ_1 的支撑均为 $[0, 2]$ ；在区间 $[0, 3]$ 的 CL 多小波，两个尺度函数 φ_0, φ_1 和两个小波函数 ψ_0, ψ_1 的支撑均为 $[0, 3]$ 。这里只介绍前者，其多小波滤波器组为^[8]

$$\begin{aligned} H_0 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{7}}{4} & -\frac{\sqrt{7}}{4} \end{bmatrix} & H_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ H_2 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{7}}{4} & -\frac{\sqrt{7}}{4} \end{bmatrix} \\ G_0 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} & G_1 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{7}}{2} \end{bmatrix} \\ G_2 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.2.3 平衡多小波 多小波的预滤波的设计要求能够保持多小波好的性质,但是大多数的预处理方法达不到应有的效果^[9],因为它破坏了多小波自身固有的特性,若预滤波器不是正交的,则会丢失多小波变换系统中的正交性^[10];预滤波器如果不对称则会破坏多小波的对称性。而避免预滤波器的方法是采用平衡多小波^[11]。平衡多小波的定义通俗的来讲,就是信号没有经过预/后滤波,直接由平衡多小波分解重构,但信号不会发生高低频混叠现象。平衡多小波的构造比较复杂,也不是我们讨论的重点,这里只对本文所应用到的 CARDBAL 系列多小波的滤波器做介绍。以 CARDBAL2 平衡多小波为例, CARDBAL2 的多小波滤波器为^[12]

$$\begin{aligned} H_0 &= \begin{bmatrix} 0.022 & 0.000 \\ 0.003 & 0.000 \end{bmatrix} & H_1 &= \begin{bmatrix} 0.174 & 0.707 \\ 0.022 & 0.000 \end{bmatrix} \\ H_2 &= \begin{bmatrix} 0.663 & 0.000 \\ 0.171 & 0.707 \end{bmatrix} & H_3 &= \begin{bmatrix} -0.171 & 0.000 \\ 0.663 & 0.000 \end{bmatrix} \\ H_4 &= \begin{bmatrix} 0.022 & 0.000 \\ -0.174 & 0.000 \end{bmatrix} & H_5 &= \begin{bmatrix} -0.003 & 0.000 \\ 0.022 & 0.000 \end{bmatrix} \\ G_0 &= \begin{bmatrix} -0.022 & 0.000 \\ -0.003 & 0.000 \end{bmatrix} & G_1 &= \begin{bmatrix} -0.174 & 0.707 \\ -0.022 & 0.000 \end{bmatrix} \\ G_2 &= \begin{bmatrix} -0.663 & 0.000 \\ -0.171 & 0.707 \end{bmatrix} & G_3 &= \begin{bmatrix} 0.171 & 0.000 \\ -0.663 & 0.000 \end{bmatrix} \\ G_4 &= \begin{bmatrix} -0.022 & 0.000 \\ 0.174 & 0.000 \end{bmatrix} & G_5 &= \begin{bmatrix} 0.003 & 0.000 \\ -0.022 & 0.000 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2 基于 EBCOT 的多小波图像编码系统

我们将 JPEG2000 中的最佳截断嵌入码块编码 (embedded block coding with optimized truncation, EBCOT) 和多路量化 (Multiple Quantization, MQ) 技术应用到多小波系数的压缩编码,重新组织码流,可以得到压缩效率很好的嵌入式码流,具体编码步骤如下:

1) 选用不同的多小波,对原图(分辨率 512 × 512)进行 4 级多小波变换,得到 13 个子带,每个子带又分别有 4 个向量组成,共 52 个向量。

2) 对得到的多小波系数根据子带和向量的不同,进行量化(可以取量化步长为 1)。

3) 将各个向量划分成 32 × 32 大小的码块,用 EBCOT 和 MQ 技术依次对每个码块按照位平面的次序进行熵编码。

4) 按照对图像失真的影响程度,对码流进行裁剪,重新组织,得到嵌入式的码流。

3 实验结果与分析

我们采用 512 × 512 的标准图像进行试验,

表 1 - 表 4 给出了“Lena”、“Barbara”、“Peppers”、“Zelda”的编码结果。

表 1 Lena 压缩编码的 PSNR 值

Table 1 PSNR of compressed Lena image

压缩比	JPEG2000	GHM	CL	CARDBAL2	CARDBAL3	CARDBAL4
1:8	39.286	31.166	38.604	38.794	38.704	38.764
1:16	36.106	30.291	35.114	35.256	35.140	35.278
1:32	33.105	28.830	31.787	32.028	31.885	32.031
1:64	30.170	26.936	28.850	29.266	28.994	29.242
1:128	27.633	26.000	26.582	26.831	26.641	26.843

表 2 Barbara 压缩编码的 PSNR 值

Table 2 PSNR of compressed Barbara image

压缩比	JPEG2000	GHM	CL	CARDBAL2	CARDBAL3	CARDBAL4
1:8	35.034	30.399	34.507	34.304	33.713	34.426
1:16	30.281	27.468	29.852	29.588	29.498	29.680
1:32	26.216	25.619	26.523	25.905	25.895	25.894
1:64	24.675	23.795	24.416	24.486	24.461	24.531
1:128	23.493	23.014	23.088	23.261	23.222	23.339

表 3 Peppers 压缩编码的 PSNR 值

Table 3 PSNR of compressed Peppers image

压缩比	JPEG2000	GHM	CL	CARDBAL2	CARDBAL3	CARDBAL4
1:8	37.812	31.588	37.411	37.349	37.303	37.320
1:16	35.196	30.666	34.629	34.625	34.672	34.766
1:32	32.679	29.205	31.818	31.867	31.901	31.926
1:64	29.762	27.231	28.825	28.999	28.906	28.973
1:128	26.871	25.424	25.930	26.214	26.283	26.360

表 4 Zelda 压缩编码的 PSNR 值

Table 4 PSNR of compressed Zelda image

压缩比	JPEG2000	GHM	CL	CARDBAL2	CARDBAL3	CARDBAL4
1:8	41.798	33.266	40.689	41.219	41.082	41.305
1:16	39.087	32.674	38.191	38.304	38.334	38.522
1:32	36.711	31.645	35.406	35.586	35.431	35.610
1:64	34.175	30.166	32.568	32.837	32.675	32.907
1:128	31.651	29.233	29.878	30.399	30.203	30.393

在实验采用的几个多小波中,经典的 GHM 多小波的压缩效果比 CL 多小波、CARDBAL 系列平衡多小波的压缩效果略逊, GHM 是第一个被提出的多小波,是多小波理论的基础,随着不同的多小波被提出,多小波理论也在不断地成熟和发展。CL 多小波相对来说就比 GHM 多小波具有更好的能量集中效果,特别在对一些纹理不太复杂的图像(如 Peppers 图、Zelda 图)进行压缩时,得到是压缩效果不论从主观上还是客观上多要比 GHM 多小波的效果好。CARDBAL 系列平衡多小波的压缩效

果接近于 D9/7 单小波的压缩效果, 不管对细节复杂的还是线条简单的图像, CARDBAL 系列平衡多小波都达到了很好的压缩效果。平衡多小波避免了丢失小波正交性的可能, 使小波系数的能量能够更好地集中, 在对多不同的图像进行压缩实验得到的 PSNR 值都取得了较好的压缩效果。

本文提出的压缩编码算法运算复杂度与 Jpeg2000 相当。实验结果显示, 我们提出的结合多小波变换与 EBOCT 算法的图像编码压缩, 能够达到比较好的压缩效果。尽管就目前来说, CARDBAL 系列平衡多小波的压缩效果还是不及基于 D9/7 单小波, 但是不能说明多小波在图像编码方面的应用不如单小波。单小波理论经过多年的发展, D9/7 单小波也是在众多的单小波中挑选出来专门应用于图像编码的, 它的成熟度是其它多小波无法比拟的。另外, EBCOT 算法虽然是目前最优秀的小波图像编码方法, 但是其本身是针对单小波变换系数提出的, 对多小波来说 EBCOT 算法不一定是最优的编码算法。进一步的深入研究中, 我们可以尝试寻找或构造更适合图像编码的多小波, 也可以分析图像的多小波系数特点, 进行更有效的系数组织和熵编码。使多小波的优点在图像编码领域发挥更大的优势。

参考文献:

- [1] WANG A, ZHANG Y, GU Y. SAR image compression using multiwavelet and soft-thresholding [C] // IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2006 (IGARSS 2006), 2006: 3553 - 3558.
- [2] TAUBMAN D. High performance scalable image compression with EBCOT [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(7): 1158 - 1170.
- [3] WANG Jun, KANG Shihua, LIU Yingjie, et al. Image compression based on balanced orthogonal multiwavelet and SOFM [C] // Chinese Control Conference 2006, 2006: 1387 - 1390.
- [4] XU Tao, ZOU Peng, WANG Guosheng, et al. Balanced multiwavelet and its application in image compressing [C] // The Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006: 9849 - 9853.
- [5] MVOGO J, MERCIER G, ONANA V P, et al. A combined speckle noise reduction and, compression of SAR images using a multiwavelet based method to improve codec performance [C] // IEEE 2001 International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2001: 103 - 105.
- [6] HELLER P, STRANG G, TOPIWALA P, et al. The application of multiwavelet filter banks to signal and image processing [C] // IEEE Trans on Image Processing, 2009: 577 - 588.
- [7] 郑武, 余胜生, 周敬利, 等. 正交平衡多小波的构造及其在图像编码中的研究 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004(11): 45 - 52.
- [8] 柳薇. 基于 CL 多小波变换的图像编码 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2010, 49(4): 49 - 52.
- [9] 高西奇, 甘露, 邹采荣. 对称 - 反对称多小波滤波器组的参数化构造及其在图像压缩中的应用 [J]. 电子学报, 2001, 29(6): 796 - 799.
- [10] LEBRUN J, VETTERLI M. Balanced multiwavelets theory and design [J]. IEEE Trans SP, 1998, 46(4): 1119 - 1125.
- [11] 范文兵, 秦瑞林, 丁国忠. 平衡多小波滤波器及其在图像编码中的应用 [J]. 计算机工程, 2007, 32(6): 187 - 190.
- [12] JIANG Q T. Orthogonal multiwavelets with optimum time-frequency resolution [J]. IEEE Trans SP, 2008, 46(4): 830 - 844.